

Lösungen zu Dabbert & Braun, Kapitel 2 Abschnitt 2 (Produktionsfunktionsanalyse)

Lösung Aufgabe 1:

Frage 1:

Im Optimum (Gewinnmaximum) gilt die Bedingung:

Grenzerlös des Faktoreinsatzes = Grenzkosten des Faktoreinsatzes (Faktorpreis) Die Grenzertragsfunktion (erste Ableitung nach dem variablen Faktor N) lautet: $dY_{ww}/dN = 0,5 - 0,0034 N$

Die Grenzerlösfunktion (Grenzertrag multipliziert mit Produktpreis) lautet:

$$dY_{ww}/dN \cdot p_y = (0,5 - 0,0034 N) \cdot 20 \text{ €/dt}$$

Daraus ergibt sich folgende Optimumbedingung (umgeformt): $dY_{ww}/dN = pN/p_y$

$$0,5 - 0,0034 N_{opt} = 1,2 / 20$$

$$0,5 - 0,0034 N_{opt} = 0,06$$

$$-0,0034 N_{opt} = -0,44$$

$$N_{opt} = 129,41 \text{ kg je ha}$$

Ermittlung des optimalen (gewinnmaximalen) Ertrages (durch Einsetzen des Ergebnisses in die Produktionsfunktion):

$$Y_{ww} = 52 + 0,5 N - 0,0017 N^2$$

$$Y_{ww} = 52 + 0,5 \cdot 129,41 - 0,0017 \cdot 129,41^2$$

$$Y_{ww} = 52 + 64,71 - 28,47$$

$$Y_{ww} = 88,24 \text{ dt/ha}$$

Es ergibt sich folgender Deckungsbeitrag (ohne entkoppelte Ausgleichszahlung):

Erlös (Ertrag mal Produktpreis)	88,24 dt/ha * 20 €/dt =	1.764,80 €/ha
Kosten Stickstoffdünger	-129,41 kg/ha * 1,2 €/kg =	-155,29 €/ha
sonstige variable Kosten		-800,00 €/ha
<hr/>		
Deckungsbeitrag Weizen		809,51 €/ha

Frage 2:

- a) die optimale spezielle Intensität sinkt.
- b) die optimale spezielle Intensität steigt.
- c) die optimale spezielle Intensität bleibt gleich.
- d) die optimale spezielle Intensität bleibt gleich.
- e) die optimale spezielle Intensität bleibt gleich.

Frage 3:

Die folgenden nicht entscheidungsrelevanten Fixkosten des Betriebes bleiben bei der Deckungsbeitragsberechnung unberücksichtigt:

- Festkosten der Familienarbeitskräfte
- Festkosten der Mahl- und Mischanlage
- Festkosten Allradschlepper
- Festkosten Güllefass

Berechnung der Leistungen der Mastschweinehaltung

Berechnung des Erlöses eines Schlachtschweines:

$$120,30 \text{ kg Lebendgewicht mal } 0,798 \text{ (Ausschlachtungsgrad)}$$

$$= 96 \text{ kg Schlachtgewicht mal } 1,60 \text{ €/kg (Verkaufspreis Schlachtgewicht)}$$

$$= 153,60 \text{ € Schlachterlös je Tier und Mastdauer}$$

Lösungen zu Dabbert & Braun, Kapitel 2 Abschnitt 2 (Produktionsfunktionsanalyse)

Berechnung des Düngerwertes:

N: $0,88 \text{ m}^3$ Gülle je Tier und Mastdauer mal $3,8 \text{ kg/m}^3$ N-Gehalt mal $1,2 \text{ €/kg N}$ (Zukaufspreis)
= $4,01 \text{ €}$ (Wert des in der Gülle enthalten N)

P_2O_5 : $0,88 \text{ m}^3$ Gülle je Tier und Mastdauer mal $2,5 \text{ kg/m}^3$ P_2O_5 -Gehalt mal $1,1 \text{ €/kg P}_2\text{O}_5$
(Zukaufspreis)
= $2,42 \text{ €}$ (Wert des in der Gülle enthalten P_2O_5)

K_2O : $0,88 \text{ m}^3$ Gülle je Tier und Mastdauer mal $2,5 \text{ kg/m}^3$ K_2O -Gehalt mal $0,90 \text{ €/kg K}_2\text{O}$
(Zukaufspreis)

= $1,98 \text{ €}$ (Wert des in der Gülle enthalten K_2O) minus

Ausbringungskosten Gülle: $0,88 \text{ m}^3$ mal $4 \text{ €/m}^3 = 3,52 \text{ €}$

= $4,89 \text{ €}$ Düngerwert je Tier und Mastdauer

Summe Leistungen: $158,49 \text{ €}$ je Tier und Mastdauer

Berechnung der variablen Kosten der Mastschweinehaltung

70 €/Tier Ferkelkosten

+ 65 €/Tier Futterkosten

+ 3 €/Tier Strom- und Wasserkosten

+ 1 €/Tier variable Maschinenkosten

+ $1,49 \text{ €/Tier}$ Tierseuchenkassenbeitrag

= $140,49 \text{ €/Tier}$ Summe variable Kosten

Deckungsbeitrag (Leistungen minus variable Kosten)

= $158,49 \text{ €/Tier} - 140,49 \text{ €/Tier} = 18 \text{ €/Tier}$

Umtriebe je Jahr = $365/\text{Mastdauer in Tagen} = 365/129 = 2,83$ Umtriebe (Durchgänge) je Jahr

Deckungsbeitrag je Stallplatz und Jahr:

Deckungsbeitrag je Tier mal Umtriebe je Stallplatz und Jahr = 18 mal $2,83$

= $50,94 \text{ €}$ je Stallplatz und Jahr

Lösungen zu Dabbert & Braun, Kapitel 2 Abschnitt 2 (Produktionsfunktionsanalyse)

Lösung Aufgabe 2:

Frage 1:

In dieser Musterlösung wurden Zwischenergebnisse auf zwei Dezimalstellen gerundet und dann mit den gerundeten Ergebnissen weitergerechnet. Wer mit den exakten Werten weitergerechnet hat, erhält leicht unterschiedliche Ergebnisse.

Ermittlung des Preises je kg N Reinnährstoff:

1.000 kg Kalkammonsalpeter kosten 270 €

1.000 kg Kalkammonsalpeter enthalten 27% N = 270 kg N

270 kg N kosten 270 €

1 kg N kostet 1 € (Der gesuchte Faktorpreis ist 1 €/kg N)

Frage 2:

N-Einsatz	120 kg/ha	140 kg/ha	160 kg/ha	180 kg/ha
Gesamte variable Kosten	820 €/ha	840 €/ha	860 €/ha	880 €/ha
Ertrag	82,16 dt/ha	84,44 dt/ha	85,84 dt/ha	86,36 dt/ha
Erlös	985,92 €/ha	1.013,28€/ha	1.030,08 €/ha	1.036,32 €/ha
Deckungsbeitrag	165,92 €/ha	173,28 €/ha	170,08 €/ha	156,32 €/ha

Zwischenrechnung Ertragsermittlung:

N-Einsatz: 120 kg N je ha:

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 50 + 0,4 * 120 - 0,0011 * 120^2$$

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 50 + 48 - 15,84$$

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 82,16$$

Hektarertrag bei 120 kg N je ha: 82,16 dt/ha

N-Einsatz: 140 kg N je ha:

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 50 + 0,4 * 140 - 0,0011 * 140^2$$

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 50 + 56 - 21,56$$

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 84,44$$

Hektarertrag bei 140 kg N je ha: 84,44 dt/ha

N-Einsatz: 160 kg N je ha:

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 50 + 0,4 * 160 - 0,0011 * 160^2$$

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 50 + 64 - 28,16$$

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 85,84$$

Hektarertrag bei 160 kg N je ha: 85,84 dt/ha

N-Einsatz: 180 kg N je ha:

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 50 + 0,4 * 180 - 0,0011 * 180^2$$

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 50 + 72 - 35,64$$

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 86,36$$

Hektarertrag bei 180 kg N je ha: 86,36 dt/ha

Zwischenrechnung: gesamte variable Kosten:

Ist die Summe aus den sonstigen variablen Kosten 700 €/ha und den Kosten des N-Einsatzes.

Kosten N-Einsatz (120 kg N) = 120 kg/N je ha mal 1 €/kg N = 120 €/ha

Kosten N-Einsatz (140 kg N) = 140 kg/N je ha mal 1 €/kg N = 140 €/ha

Kosten N-Einsatz (160 kg N) = 160 kg/N je ha mal 1 €/kg N = 160 €/ha

Kosten N-Einsatz (180 kg N) = 180 kg/N je ha mal 1 €/kg N = 180 €/ha

Lösungen zu Dabbert & Braun, Kapitel 2 Abschnitt 2 (Produktionsfunktionsanalyse)

Zwischenrechnung Erlös (Ertrag mal Produktpreis, 12 € je dt):

Erlös (bei N-Einsatz 120 kg N/ha): 82,16 dt/ha mal 12 €/dt = 985,92 €/ha

Erlös (bei N-Einsatz 140 kg N/ha): 84,44 dt/ha mal 12 €/dt = 1.013,28 €/ha

Erlös (bei N-Einsatz 160 kg N/ha): 85,84 dt/ha mal 12 €/dt = 1.030,08 €/ha

Erlös (bei N-Einsatz 180 kg N/ha): 86,36 dt/ha mal 12 €/dt = 1.036,32 €/ha

Zwischenrechnung Deckungsbeitrag (Erlös minus variable Kosten):

Die entkoppelten Ausgleichszahlungen sind von der Produktion entkoppelt, der Landwirt erhält sie auch, wenn er z.B. seine gesamte Fläche stilllegt. Sie werden bei der Berechnung des Betriebsgewinnes berücksichtigt – aber nicht bei der Berechnung des Deckungsbeitrages.

Der maximale Deckungsbeitrag findet sich bei einem Faktoreinsatz von 140 kg N je ha (maximaler Wert). Genauer wird der N-Einsatz in Teilaufgabe 4 ermittelt (algebraische Berechnung)

Frage 3:

Ertragsmaximum -> Grenzertrag gleich Null (1. Ableitung der Produktionsfunktion gleich Null)

$$Y = 50 + 0,4 N - 0,0011 N^2$$

$$Y' = 0,4 - 0,0022 N$$

$$Y' = 0 = 0,4 - 0,0022 N = 0$$

$$N = -0,4 / -0,0022 = 181,82 \text{ kg N je ha (N-Einsatz im Ertragsmaximum)}$$

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 50 + 0,4 * 181,82 - 0,0011 * 181,82^2$$

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 50 + 72,73 - 36,36$$

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 86,37$$

Hektarertrag bei 181,82 kg N je ha: 86,37 dt/ha

Erlös (Ertrag mal Produktpreis) = 86,37 dt/ha mal 12 €/dt = 1.036,44 €/ha

Kosten des N-Einsatzes (181,82 kg/ha mal 1 €/kg) = 181,82 €/ha

Sonstige variable Kosten (700 €/ha) = 700 €/ha

Deckungsbeitrag (Erlös minus gesamte variable Kosten): 154,62 €/ha

Der Deckungsbeitrag im Ertragsmaximum beträgt 154,62 €/ha

Frage 4:

Ermitteln Sie algebraisch die gewinnmaximale (optimale) N-Einsatzmenge sowie den dazugehörigen Ertrag und den maximalen Deckungsbeitrag je ha.

Im Optimum (Gewinnmaximum) gilt Grenzerlös des Faktoreinsatzes gleich Grenzkosten des Faktoreinsatzes oder Faktorpreis:

$$\Delta Y / \Delta N * pY = qN \text{ bzw. } dY/dN = qN/pY$$

Wobei:

$\Delta Y / \Delta N * pY$: Grenzerlös oder Wertgrenzprodukt

$\Delta Y / \Delta N$: Grenzertrag

pY : Produktpreis

qN : Faktorpreis

$$0,4 - 0,0022 N = 1/12 = 0,08$$

$$-0,0022 N = -0,32$$

$$N = 145,45 \text{ kg/ha (gewinnmaximaler N-Einsatz)}$$

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 50 + 0,4 * 145,45 - 0,0011 * 145,45^2$$

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 50 + 58,18 - 23,27$$

$$Y_{\text{Wintergerste}} = 84,91$$

Lösungen zu Dabbert & Braun, Kapitel 2 Abschnitt 2 (Produktionsfunktionsanalyse)

Hektarertrag bei 145,45 kg N je ha: 84,91 dt/ha

Erlös (Ertrag mal Produktpreis) = 84,91 dt/ha mal 12 €/dt = 1.018,92 €/ha

Kosten des N-Einsatzes = 145,45 kg/ha mal 1 €/kg = 145,45 €/ha

Sonstige variable Kosten = 700 €/ha

Deckungsbeitrag (Erlös minus gesamte variable Kosten): 173,47 €/ha

Frage 5:

N-Einsatz (Teilaufgabe 3): 181,82 Kg/ha N-Einsatz

(Teilaufgabe 4): 145,45 kg/ha

In Prozent: $(145,45 / 181,82) = 0,80$; rund 80 Prozent (minus 20 Prozentpunkte)

Ertrag (Teilaufgabe 3): 86,37 dt/ha

Ertrag (Teilaufgabe 4): 84,91 dt/ha

In Prozent: $(84,91 / 86,37) = 0,9831$; rund 98,3 Prozent (minus 1,69 Prozentpunkte)

Deckungsbeitrag (Teilaufgabe 3): 154,62 €/ha

Deckungsbeitrag (Teilaufgabe 4): 173,47 €/ha

In Prozent: $(173,47 / 154,62) = 1,1219$; rund 112,2 Prozent (plus 12,19 Prozentpunkte)

Lösungen zu Dabbert & Braun, Kapitel 2 Abschnitt 2 (Produktionsfunktionsanalyse)

Lösung Aufgabe 3:

Frage 1:

Optimumbedingung:

Grenzerlös des Faktoreinsatzes entspricht den Grenzkosten des Faktoreinsatzes (Faktorpreis)

$$(1) (dY/dX) \cdot pY = qX$$

gegeben:

$$(2) dY/dX = -0,1 X + 1,8$$

$$pY = 0,35 \text{ €/kg Milch}$$

$$X = 11 \text{ kg MLF je Tag}$$

gesucht wird qX

$$(3) (-0,1 \cdot 11 + 1,8) \cdot 0,35 = qX$$

$$(-1,1 + 1,8) \cdot 0,35 = qX$$

$$0,7 \cdot 0,35 = qX$$

$$0,2450 = qX \text{ (Preis je kg MLF)}$$

Frage 2:

Optimumbedingung:

Grenzerlös des Faktoreinsatzes entspricht den Grenzkosten des Faktoreinsatzes (Faktorpreis)

$$(1) (dY/dX) \cdot pY = qX$$

gegeben:

$$(2) dY/dX = -0,1 X + 1,8$$

$$pY = 0,35 \text{ €/kg Milch}$$

$$qX = 0,37 \text{ € je kg MLF (Dimensionsproblem Preis wurde umgerechnet)}$$

gesucht wird X (tägliche Gabe an MLF)

$$(3) (-0,1 \cdot X + 1,8) \cdot 0,35 = 0,37$$

$$(-0,1 X + 1,8) = 0,37 / 0,35 = 1,0571$$

$$-0,1 X = 1,0571 - 1,8 = -0,7429$$

$$X = -0,7429 / -0,1 = 7,429$$

Die tägliche Gabe an MLF je Kuh beträgt 7,429 kg.

Frage 3:

Leistungen	
Milcherlös $(-0,05 \cdot 8 \cdot 8 + 1,8 \cdot 8 + 15) \cdot 305 \cdot 0,35 = 26,2 \cdot 305 \cdot 0,35 =$	2.796,85 €/Jahr
Milchpreis	0,35 €/kg
Nebenleistung Kalb	100 €/Jahr
Nebenleistung Altkuh (anteilig)	250 €/Jahr
Zwischensumme Erlös	3146,85 €/Jahr
Variable Kosten*	
Bestandsergänzung (Jungkühe, anteilig)	500 €/Jahr
Grundfutter	450 €/Jahr
Milchleistungsfutter $(8 \cdot 305 / 100 \cdot 37) = 24,40 \cdot 37$	902,80 €/Jahr
KälberaufzuchtKosten	60 €/Jahr
Tierarzt, Besamung	140 €/Jahr
Wasser, Energie	70 €/Jahr
variable Maschinenkosten (Fütterung, Melktechnik, Entmistung)	100 €/Jahr
Sonstiges	50 €/Jahr
Summe variable Kosten	2.272,80 €/Jahr
Deckungsbeitrag (Erlös minus variable Kosten)	874,05 €/Jahr

Lösung Aufgabe 4:

Frage 1:

Im Optimum (Gewinnmaximum) entspricht der Grenzerlös des Faktoreinsatzes den Grenzkosten des Faktoreinsatzes (Faktorpreis). $dY / dN_L \cdot P_Y = qN_L$ oder $dY / dN_L = qN_L / P_Y$

wobei

$dY / dN_L = Y_L'$ (erste Ableitung der Produktionsfunktion)

Dimensionsproblem:

gegeben ist der Kartoffelpreis mit 130 € je Tonne

gebraucht wird der Kartoffelpreis (p_Y) je Dezitonne ($130 \cdot 0,1$) = 13 €/dt

$$-0,0114 N_L + 2,13 = qN_L / 13$$

gegeben ist der Stickstoffeinsatz mit $N_L = 173,35$ kg/ha

gesucht ist der Faktorpreis qN_L

$$-0,0114 \cdot 173,35 + 2,13 = qN_L / 13$$

$$-1,9762 + 2,13 = qN_L / 13 \quad | \cdot 13$$

$$-25,6905 + 27,69 = qN_L$$

$$1,9995 = qN_L$$

1 kg N kostete rund 2 € / kg N

Frage 2:

a) 1 Tonne KAS kostet nun 351 €

sie enthält 27 Prozent d.h. 270 kg N (Reinnährstoff) zu 351 €

270 kg N kosten 351 € -> 1 kg N kostet 351 € / 270 = 1,30 €/kg N

b) Im Optimum (Gewinnmaximum) entspricht der Grenzerlös des Faktoreinsatzes den Grenzkosten des Faktoreinsatzes (Faktorpreis). $dY / dN_S \cdot P_Y = qN_S$ oder $dY / dN_S = qN_S / P_Y$

wobei $dY / dN_S = Y_S'$ (erste Ableitung der Produktionsfunktion)

Dimensionsproblem:

gegeben ist der Kartoffelpreis mit 130 € je Tonne

gebraucht wird der Kartoffelpreis (p_Y) je Dezitonne ($130 \cdot 0,1$) = 13 €/dt

gegeben ist der Stickstoffpreis mit 1.200 € je Tonne N

gebraucht wird der Stickstoffpreis (qN_S) je kg N ($1.200 \cdot 0,001$) = 1,20 €/kg N

$$Y_S = -0,0087 N_S^2 + 2,71 N_S + 150$$

Optimum-Bedingung: $dY / dN_S = qN_S / P_Y$ bzw. $Y_S' = qN_S / P_Y$

$$-0,0174 N_S + 2,71 = 1,2 / 13$$

$$-0,0174 N_S + 2,71 = 0,0923$$

$$-0,0174 N_S = 0,0923 - 2,71$$

$$-0,0174 N_S = -2,6177$$

$$N_S = -2,6177 / -0,0174 = 150,44$$

Der optimale (gewinnmaximale) Stickstoffeinsatz auf Sandböden beträgt 150,44 kg N / ha.

Frage 3:

jährliche Leistungen	
Kartoffelertrag je ha	siehe oben Y_L mit $N_L = 180$ eingesetzt
$Y_L = -0,0057 \cdot 180^2 + 2,13 \cdot 180 + 250 = 448,72$ dt/ha als	
Erlös ($448,72 \cdot 13$)	5.833,36 €/ha

Lösungen zu Dabbert & Braun, Kapitel 2 Abschnitt 2 (Produktionsfunktionsanalyse)

jährliche variable Kosten:	
Pflanzgut	690 €/ha □
Dünger (ohne N-Dünger)	294 €/ha □
N-Dünger: 180 kg/ha *1.200*0,001	216 €/ha □
Pflanzenschutz	335 €/ha □
Hagelversicherung	100 €/ha □
Lagerung / Sortierung	600 €/ha □
variable Maschinenkosten	522 €/ha □
Summe variable Kosten	2.757 €/ha
DB (Erlös minus variable Kosten)	3.076,36 €/ha

Bei den Zinsen und der Tilgung für den Kredit des bereits vorhandenen Kartoffelrodgers handelt es sich um nicht entscheidungsrelevante fixe Kosten.